

MATEMÁTICAS II

(O alumno/a debe responder só os exercicios dunha das opcións. Puntuación máxima dos exercicios de cada opción: exercicio 1= 3 puntos, exercicio 2= 3 puntos, exercicio 3= 2 puntos, exercicio 4= 2 puntos)

OPCIÓN A

1. Dada a matriz $A = \begin{pmatrix} 0 & a-2 & 1 \\ a-1 & a & -1 \\ a & 0 & 2 \end{pmatrix}$

a) Calcula, segundo os valores de a , o rango de A . Calcula, se existe, a inversa de A cando $a = 0$.

b) Para $a = 0$, calcula a matriz B que verifica $ABA^{-1} - A = 2I$.

c) Para $a = 1$, calcula todas as matrices $X = \begin{pmatrix} x \\ y \\ z \end{pmatrix}$ tales que $AX = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix}$

2. Dados os planos $\pi_1: 3x + 3z - 8 = 0$; $\pi_2: \begin{cases} x = \frac{5}{2} + \lambda - \mu \\ y = -\lambda + \mu \\ z = 3 + 2\lambda + \mu \end{cases}$

a) Calcula o ángulo que forman π_1 e π_2 . Calcula as ecuacións paramétricas da recta que pasa por $(0,0,0)$ e é paralela a π_1 e π_2 .

b) Calcula o punto simétrico do $(0,0,0)$ respecto do plano π_1 .

3. a) Definición e interpretación xeométrica da derivada dunha función nun punto.

b) Dunha función $f(x)$ sabemos que $f(-1) = 1$ e que a súa función derivada é

$$f'(x) = \begin{cases} 2x - 1 & \text{se } x < 0 \\ e^{2x} - 2 & \text{se } x \geq 0 \end{cases}$$

Calcula as ecuacións das rectas tanxentes á gráfica de $f(x)$ nos puntos de abscisa: $x = -2$ e $x = \frac{\ln 2}{2}$

4. Debuxa e calcula a área da rexión limitada pola gráfica da parábola $y = x(x - 2)$, o eixe de abscisas e a recta $y = x$. (Nota: para o debuxo da gráfica da parábola, indica os puntos de corte cos eixes, o vértice e a concavidade ou convexidade).

OPCIÓN B

1. a) Discute, segundo os valores de m , o sistema:

$$\begin{cases} x + y + z = 1 \\ 4x + my + 3z = m \\ 2x + 3y + z = 3 \end{cases}$$

b) Resólveo cando $m = 5$.

2. Dadas as rectas $r: \frac{x-3}{4} = \frac{y-2}{-1} = \frac{z-1}{3}$ $s: \begin{cases} 3x + 2y - 6 = 0 \\ 2y + 4z + 3 = 0 \end{cases}$

a) Estuda a súa posición relativa.

b) Calcula a ecuación implícita ou xeral do plano que contén a r e é paralelo a s .

c) Calcula a distancia entre r e s .

3. Debuxa a gráfica de $f(x) = 1 + \frac{2}{(x-2)^2}$ estudando: dominio, simetrías, puntos de corte cos eixes, asíntotas, intervalos de crecemento e decrecemento, máximos e mínimos relativos, puntos de inflexión e intervalos de concavidade e convexidade.

4. a) Enuncia o teorema fundamental do cálculo integral. Calcula a ecuación da recta tanxente á gráfica da función $F(x) = \int_0^x \frac{t^2+6}{2+e^t} dt$, no punto de abscisa $x = 0$.

b) Calcula $\int_0^1 x \ln(1+x) dx$